

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

## COORDINACIÓN GENERAL DE FORMACIÓN BÁSICA

### COORDINACIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL Y VINCULACIÓN UNIVERSITARIA

#### PROGRAMA DE UNIDAD DE APRENDIZAJE

#### I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1. **Unidad Académica:** Facultad de Ingeniería, Mexicali; Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería, Tijuana; Facultad de Ingeniería y Negocios, Tecate; Facultad Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Ensenada; Escuela de Ciencias de la Ingeniería y Tecnología, Valle de las Palmas; y Escuela de Ingeniería y Negocios, Guadalupe Victoria.
2. **Programa Educativo:** Ingeniero Aeroespacial, Ingeniero Civil, Ingeniero Eléctrico, Ingeniero en Computación, Ingeniero en Electrónica, Ingeniero en Energías Renovables, Ingeniero en Mecatrónica, Ingeniero Industrial, Ingeniero Mecánico, Ingeniero Químico, Ingeniero en Nanotecnología; y Bioingeniero.
3. **Plan de Estudios:**
4. **Nombre de la Unidad de Aprendizaje:** Cálculo Integral
5. **Clave:**
6. **HC:** 02 **HL:** 00 **HT:** 03 **HPC:** 00 **HCL:** 00 **HE:** 02 **CR:** 07
7. **Etapa de Formación a la que Pertenece:** Básica
8. **Carácter de la Unidad de Aprendizaje:** Obligatoria
9. **Requisitos para Cursar la Unidad de Aprendizaje:** Ninguno



**Equipo de diseño de PUA**

**Firma**

**Vo.Bo. de subdirector(es) de  
Unidad(es) Académica(s)**

**Firma**

Tania Angélica López Chico

Maximiliano de las Fuentes Lara

Alfredo Gualberto Chuquimia Apaza

Maribel Araceli Mejía Gordils

Ricardo Jesús Renato Guerra Fraustro

Ana María Vázquez Espinoza

*Tania A. López Ch.*

Alejandro Mungaray Moctezuma

José Luis González Vázquez

Claudia Lizeth Márquez Martínez

Humberto Cervantes De Ávila

Mayra Iveth García Sandoval

María Cristina Castañón Bautista

**Fecha:** 08 de febrero de 2017

## **II. PROPÓSITO DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE**

Las competencias de esta unidad de aprendizaje son necesarias para la formación adecuada del ingeniero, ya que proporciona conocimientos básicos, métodos, técnicas y criterios para la aplicación de la integración en la resolución de problemas propios de ingeniería. Asimismo, se estudian las bases y principios de tratamiento de las funciones trascendentes elementales que incluye sus propiedades, derivada y antiderivada; finalmente se revisa el tema de las coordenadas polares para utilizarlas en las funciones más usuales en este marco de referencia.

Esta asignatura pertenece a la etapa básica con carácter obligatorio y forma parte del tronco común de las DES de Ingeniería, para cursar esta asignatura se recomienda haber cursado Cálculo Integral.

## **III. COMPETENCIA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE**

Aplicar los conceptos y procedimientos en la integración de funciones, mediante el uso de los teoremas fundamentales del cálculo, las técnicas de integración y tecnologías de la información, para resolver problemas cotidianos, de ciencias e ingeniería, con actitud crítica y responsable.

## **IV. EVIDENCIA(S) DE DESEMPEÑO**

Elabora un portafolio de evidencias que contenga los ejercicios realizados durante el curso, deben incluir el planteamiento, desarrollo e interpretación de los resultados.

## V. DESARROLLO POR UNIDADES

### UNIDAD I. Antiderivación e integral definida

**Competencia:**

Calcular la antiderivada de una función y su integral definida por definición, usando los teoremas correspondientes, para discernir sobre el uso y aplicación del concepto de integral, con una actitud crítica, proactiva y responsable.

**Contenido:****Duración:** 6 horas

- 1.1 Antiderivación.
  - 1.1.1 Definición de antiderivada
  - 1.1.2 Teoremas de antiderivación
  - 1.1.3 Definición de la integral indefinida
- 1.2 Técnicas de antiderivación.
  - 1.2.1 Método de cambio de variable o sustitución.
- 1.3 Notación Sigma.
  - 1.3.1 Definición.
  - 1.3.2 Propiedades.
- 1.4 Integral Definida.
  - 1.4.1 Definición.
  - 1.4.2 Propiedades.
- 1.5 Teoremas fundamentales del cálculo
  - 1.5.1. Teoremas fundamentales del cálculo

## UNIDAD II. Aplicaciones de la integral

### Competencia:

Resolver problemas geométricos de ingeniería, a partir del uso de los teoremas y modelos matemáticos, para diseñar, optimizar procesos y sistemas de la ingeniería, con actitud crítica y responsable.

### Contenido:

**Duración:** 6 horas

- 2.1 Área de una región en el plano.
  - 2.1.1 Región bajo la curva.
  - 2.1.2 Región entre dos funciones.
- 2.2 Volumen de un sólido de revolución.
  - 2.2.1 Método de discos.
  - 2.2.2 Método de capas.
- 2.3 Longitud de arco de una curva plana.
  - 2.3.1 Longitud de arco de una curva plana.
- 2.4 Momentos, centros de masa y centroides.
  - 2.4.1 Antecedentes
  - 2.4.2 Centro de masa de una lámina plana

## UNIDAD III. Funciones trascendentes

### Competencia:

Calcular integrales de funciones trascendentes, para la resolución de problemas que involucren los aspectos analítico, gráfico y numérico, mediante sus propiedades y teoremas, con disposición para el trabajo en equipo, una actitud crítica y responsable.

### Contenido:

**Duración:** 6 horas

- 3.1 Integración de funciones trascendentes
  - 3.1.1 Exponenciales/logaritmos
  - 3.1.2 Trigonométricas
  - 3.1.3 Trigonométricas inversas
- 3.2 Integrales que conducen a funciones trascendentes
  - 3.2.1 Integrales que producen funciones logaritmo natural
  - 3.2.2 Integrales que producen senos, tangentes y secantes inversas
- 3.3 Funciones hiperbólicas y sus inversas
  - 3.3.1 Definición de las funciones hiperbólicas
  - 3.3.2 Definición de las funciones hiperbólicas inversas
- 3.4 Integración de funciones hiperbólicas y sus inversas
  - 3.4.1 Integrales de las funciones hiperbólicas
  - 3.4.2 Integrales de las funciones hiperbólicas inversas
  - 3.4.3 Integrales que generan funciones hiperbólicas
  - 3.4.4 Integrales que generan funciones hiperbólicas inversas

## UNIDAD IV. Técnicas de integración

### Competencia:

Resolver integrales definidas e indefinidas, mediante la identificación y el uso de las técnicas de integración correspondientes, para la aplicación en diversos problemas de ingeniería, con disposición para el trabajo colaborativo, una actitud crítica y responsable.

### Contenido:

**Duración:** 8 horas

- 4.1 Integración por partes.
  - 4.1.1. Integración por partes.
- 4.2 Integración de potencias de funciones trigonométricas.
  - 4.2.1. Potencia de seno y coseno.
  - 4.2.2. Potencia de secante y tangente.
  - 4.2.3. Potencia de cosecante y cotangente.
- 4.3 Integración por sustitución trigonométrica.
  - 4.3.1. Caso 1.  $x = a \sin \theta$ .
  - 4.3.2. Caso 2.  $x = a \tan \theta$ .
  - 4.3.3. Caso 3.  $x = a \sec \theta$ .
- 4.4 Integración por fracciones parciales.
  - 4.4.1. Caso 1. Factores lineales distintos.
  - 4.4.2. Caso 2. Factores lineales repetidos.
  - 4.4.3. Caso 3. Factores cuadráticos distintos.
  - 4.4.4. Caso 4. Factores cuadráticos repetidos.

## UNIDAD V. Integrales Impropias

### Competencia:

Resolver problemas geométricos con integrales impropias, aplicando el concepto de límite, para diseñar, optimizar procesos y sistemas de la ingeniería, con actitud crítica, proactiva y disposición al trabajo colaborativo.

### Contenido:

**Duración:** 6 horas

- 5.1. Formas indeterminadas.
  - 5.1.1. Regla de L'Hôpital.
- 5.2. Integrales impropias.
  - 5.2.1. Límites de integración infinitos.
  - 5.2.2. Integrales de funciones que poseen una discontinuidad infinita.
- 5.3. Sucesiones.
  - 5.3.1. Definición.
  - 5.3.2. Propiedades.
- 5.4. Series de potencia.
  - 5.4.1. Definición.
  - 5.4.2. Propiedades.
  - 5.4.3. Series de Taylor.

## VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS DE TALLER

No. de Práctica	Competencia	Descripción	Material de Apoyo	Duración
1	Calcular la antiderivada de funciones elementales, mediante el uso de las técnicas de antiderivación, para resolver problemas básicos del cálculo integral, con una actitud crítica, tolerante y responsable.	Resuelve antiderivadas aplicando propiedades básicas y reconoce la antiderivada como la operación inversa de la derivada, entrega los ejercicios resueltos de forma organizada	Formulario, cuaderno, lápiz, bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas
2	Calcular la antiderivada de funciones, mediante el uso de la técnica de cambio de variable, para resolver problemas básicos del cálculo integral, con una actitud crítica, tolerante y responsable.	Resuelve antiderivadas aplicando la técnica de cambio de variable y reconoce la antiderivada como la operación inversa de la derivada, entrega los ejercicios resueltos de forma organizada.	Formulario, cuaderno, lápiz, bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas
3	Calcular la integral definida de funciones, mediante el uso del teorema fundamental del cálculo, para reconocer la integral como el área bajo la curva, con una actitud crítica, tolerante y responsable.	Resuelve antiderivadas aplicando el teorema fundamental del cálculo, y reconoce la integral como el área bajo la curva, entrega los ejercicios resueltos de forma organizada	Formulario, cuaderno, lápiz, bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas
4	Resolver problemas geométricos, a través de la integración definida, para el cálculo de áreas, volúmenes y centroides, con una actitud crítica, tolerante y responsable.	Resuelve problemas que involucren el cálculo de áreas entre curvas aplicando la integral definida, en equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	Formulario, cuaderno, lápiz, bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas
	<u>Nota:</u> la competencia se repite, sólo cambia el método de	Resuelve problemas que	Formulario, cuaderno, lápiz,	



5	aplicación.	involucren el cálculo de volúmenes aplicando el método de discos, arandelas y capas cilíndricas en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas
6		Resuelve problemas que involucren el cálculo de centroides, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos por el docente en formato digital o elaborados a mano.	Formulario, cuaderno, lápiz, bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas
7	Calcular integrales y derivadas que involucren funciones trascendentes, mediante los teoremas y propiedades correspondientes, para resolver problemas de aplicaciones de la derivada e integral, con disposición al trabajo colaborativo, actitud crítica y responsable.	Calcula integrales y derivadas que involucran funciones exponenciales y logarítmicas, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos en formato digital o elaborados a mano.	Formulario, cuaderno, lápiz, bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas
8	<u>Nota:</u> la competencia se repite, sólo cambia el método de aplicación.	Calcula integrales y derivadas que involucran funciones trigonométricas y trigonométricas inversas, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos en formato digital o elaborados a mano.	Formulario, cuaderno, lápiz, bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas

9		Calcula integrales y derivadas que involucran funciones hiperbólicas e hiperbólicas inversas, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	Formulario, cuaderno, lápiz, bibliografía, recursos electrónicos, software matemático	3 horas
10	Resolver integrales, mediante la identificación y uso de la técnica de integración, para resolver problemas de aplicación del cálculo integral, con disposición para el trabajo en equipo y una actitud crítica y responsable.  <u>Nota:</u> la competencia se repite, sólo cambia el método de aplicación.	Identifica y calcula integrales que involucren la técnica de integración por partes, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	Se describe todo el material, equipo, instrumentación, material didáctico, etcétera, que se requiere para el desarrollo de la práctica.	3 horas
11		Identifica y calcula integrales que involucren potencias de funciones trigonométricas, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	Se describe todo el material, equipo, instrumentación, material didáctico, etcétera, que se requiere para el desarrollo de la práctica.	3 horas
12		Identifica y calcula integrales que involucren sustitución trigonométrica, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	Se describe todo el material, equipo, instrumentación, material didáctico, etcétera, que se requiere para el desarrollo de la práctica.	3 horas
13		Identifica y calcula integrales que involucren fracciones parciales, en forma individual y/o equipos de	Se describe todo el material, equipo, instrumentación, material didáctico, etcétera, que se	3 horas

		aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	requiere para el desarrollo de la práctica.	
14	Calcular valores de límites, mediante la regla de L'Hôpital, para resolver casos donde se presenta una indeterminación, con disposición, de manera colaborativa, actitud crítica y responsable.	Resuelve límites indeterminados aplicando la regla de L'Hôpital, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	Se describe todo el material, equipo, instrumentación, material didáctico, etcétera, que se requiere para el desarrollo de la práctica.	3 horas
15	Resolver integrales impropias, utilizando los teoremas correspondientes, para determinar la convergencia, con disposición para el trabajo colaborativo y una actitud crítica y responsable.	Identifica y resuelve integrales impropias del tipo I y II, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	Se describe todo el material, equipo, instrumentación, material didáctico, etcétera, que se requiere para el desarrollo de la práctica.	3 horas
16	Aplicar la serie de Taylor, para expandir una función alrededor de un punto, aplicando el concepto de series, con disposición para el trabajo colaborativo y una actitud crítica y responsable.	Aplica la serie de Taylor para aproximar una función alrededor de un punto, en forma individual y/o equipos de aproximadamente cuatro personas. Entrega los ejercicios propuestos, en formato digital o elaborados a mano.	Se describe todo el material, equipo, instrumentación, material didáctico, etcétera, que se requiere para el desarrollo de la práctica.	3 horas

## VII. MÉTODO DE TRABAJO

**Encuadre:** El primer día de clase el docente debe establecer la forma de trabajo, criterios de evaluación, calidad de los trabajos académicos, derechos y obligaciones docente-alumno.

### **Estrategia de enseñanza (docente)**

- Inicialmente, el docente guiará el proceso de aprendizaje mediante exposiciones, resuelve problemas y atiende a las dudas de los alumnos.
- Promueve el auto aprendizaje centrado en el alumno, fomentando en ellos la discusión, investigación y trabajo colaborativo.
- Apoya al alumno en el manejo de recursos tecnológicos que ayuden en el tratamiento de los temas del curso.
- Enseñanza del uso de software especializado

### **Estrategia de aprendizaje (alumno)**

- Realiza lecturas previas, resuelve tareas.
- Participará en las actividades individuales o grupales correspondientes de los talleres para aplicar los conceptos vistos en clase
- Utiliza TIC para resolución y verificación de problemas.

## VIII. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La evaluación será llevada a cabo de forma permanente durante el desarrollo de la unidad de aprendizaje de la siguiente manera:

### Criterios de acreditación

- 80% de asistencia para tener derecho a examen ordinario y 70% de asistencia para tener derecho a examen extraordinario de acuerdo al Estatuto Escolar, artículos 71 y 72.
- Calificación en escala del 0 al 100, con un mínimo aprobatorio de 60.

### Criterios de evaluación

5 exámenes parciales .....	50%
Talleres .....	10%
Tareas .....	10%
Entrega de portafolio.....	10%
Evidencia de desempeño.....	20%
(portafolio de evidencias que contenga los ejercicios realizados durante el curso, deben incluir el planteamiento, desarrollo e interpretación de los resultados)	
<b>Total .....</b>	<b>100%</b>

## IX. REFERENCIAS

### Básicas

Leithold, L. (1998). *El Cálculo (7ª ed.)*. D.F., México: Oxford University Press [clásica]

Stewart, J. (2017). *Cálculo de una variable, trascendentes tempranas, (8ª ed.)* D.F., México: Cengage Learning  
<https://libcon.rec.uabc.mx:4431/lib/uabccengagesp/reader.action?docID=4945277&query=stewart>

### Complementarias

Larson, R., & Edwards, B.H. (2010). *Cálculo I. De una variable. (9ª ed.)*. D.F., México: McGraw-Hill [clásica]  
<https://libcon.rec.uabc.mx:4431/lib/uabcsp/reader.action?docID=3217502&ppg=1&query=Larson>

Thomas, G. B. (2010). *Cálculo una variable. (12ª ed.)*. D.F., México: Pearson Addison Wesley. [clásica]  
<https://libcon.rec.uabc.mx:4460/Pages/BookRead.aspx>

Zill, D. & Wright, W. (2011). *Calculus Early Transcendentals.(4th ed.)*. Massachusetts, USA: Jones and Bartlett Publishers. [clásica]

## X. PERFIL DEL DOCENTE

El docente que imparta esta unidad de aprendizaje requiere título de Licenciatura o Ingeniería en el área de Ciencias Exactas. De preferencia con posgrado en Ciencias Exactas o Ingeniería. Debe ser facilitador del logro de competencias, promotor del aprendizaje autónomo y responsable en el alumno. Tener dominio de tecnologías de la información y comunicación como apoyo para los procesos de enseñanza-aprendizaje. Debe tener conocimiento de los planes de estudios, perfil de egreso y contenidos de los programas de unidad de aprendizaje a los que ésta dará servicio, de manera que facilite experiencias de aprendizaje significativo como preparación para la actividad/formación profesional. Tener una actitud reflexiva y colaborativa con docentes y alumnos. Propiciar un ambiente que genere confianza y autoestima para el aprendizaje permanente y practicar los principios democráticos con respeto y honestidad.